

Lois normales d'espérance μ et d'écart type σ : $N(\mu ; \sigma^2)$

Dans notre exemple précédent, la courbe de la densité avait la forme d'une "cloche"

Ces courbes s'appellent des **courbes de Gauss**
et ces fonctions de densité s'appellent des **fonctions de Gauss**

☞ Un grand nombre de phénomènes aléatoires continus sont modélisés par des courbes de Gauss

La formule d'une fonction de Gauss est très compliquée : $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

Si la fonction de densité d'une variable aléatoire continue X est une fonction de Gauss, on dit que X suit la **loi normale d'espérance μ et d'écart type σ** : notation $N(\mu ; \sigma^2)$

Cas particulier

Quand $\mu = 0$ et $\sigma = 1$, N s'appelle la **loi normale centrée réduite** : $N(0 ; 1)$

μ est l'espérance de X (une espérance est une)

on a donc $p(X \leq \mu) = p(X \geq \mu) = \dots\dots$

σ est l'écart type de X (l'écart type représente la par rapport à la)
plus σ est (.....), plus la courbe de Gauss est "resserrée" ("étirée")

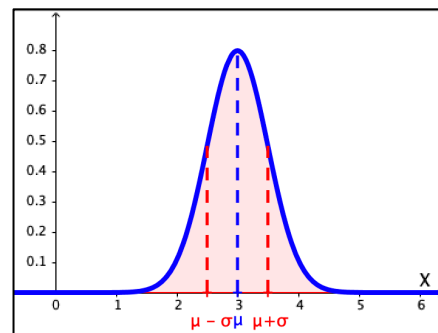
Une courbe de Gauss étant symétrique

μ est l'abscisse du sommet de la courbe de Gauss

Dans cet exemple, $\mu = 3$

Pour "voir" l'écart type,
on représente sur le graphique $\mu - \sigma$ et $\mu + \sigma$

Dans cet exemple $\sigma = 0,5$



TP sur le forum mathsbidouille : Terminale > TPs GeoGebra > Les lois normales (message#1)

Définition

Une variable aléatoire X suit la loi normale $N(\mu ; \sigma^2)$

lorsque la variable aléatoire $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $N(0 ; 1)$

TP sur le forum mathsbidouille : Terminale > TPs GeoGebra > Les lois normales (message#2)

► Si c et d sont deux réels tels que $c < d$

$p(c \leq X \leq d)$ est représentée graphiquement par
et se calcule avec une (il faut donc chercher une de la densité f)

La formule d'une fonction de Gauss étant trop compliquée, on ne sait pas trouver une primitive
On calculera les probabilités avec la calculatrice

Voir sur le forum mathsbidouille : Calculatrices (TI, Casio, NumWorks) / Les lois normales

Propriété : Quelques soient les valeurs de μ et de σ , on a toujours :

$p(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683$ et $p(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,954$ et $p(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0,997$