Compléments sur les dérivées

Formules générales
(k est un réel, u et v sont des fonctions)

fonction f	*dérivée f ’*
u + v	**u’ + v’**
u − v	**u’ − v’**
k u	**k u’**
u v	**u’ v + u v'**
$\frac{\mathbf{u}}{\mathbf{v}}$	$\frac{\mathbf{u' v - u v'}}{\mathbf{v}^2}$

Puissances
(n est un entier)

fonction f	*dérivée f ’*
k	**0**
x	**1**
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	$n\, x^{n-1}$

Fonctions trigonométriques
(a, b, A, ω et φ sont des réels)

fonction f	*dérivée f ’*
cos(x)	**– sin(x)**
cos(ax + b)	**– asin(ax + b)**
Acos(ωt + φ)	**– Aωsin(ωt + φ)**
sin(x)	**cos(x)**
sin(ax + b)	**acos(ax + b)**
Asin(ωt + φ)	**Aωcos(ωt + φ)**

Remarques

• La dérivée de u v n’est pas u’ v’ mais u’ v + u v ’

Exemple : la dérivée de $x^2 = x\,x$ n’est pas $x'\,x' = 1\times1 = 1$ mais $x'\,x + x\,x' = 1x + 1x = 2x$

Exemple : la dérivée de $3x$ n’est pas $3'\,x' = 0\times1 = 0$ mais $3'\,x + 3\,x' = 0x + 3\times1 = 3$

(On calcule plus simplement la dérivée de $3x$ en utilisant la dérivée de k u : k u' donc $3\,x' = 3\times1 = 3$)

• La dérivée de $\frac{u}{v}$ n’est pas $\frac{u'}{v'}$ mais $\frac{u'v - uv'}{v^2}$

Exercice 1 : Calculer la dérivée de $\frac{1}{x}$

Méthode 1 : on utilise la formule de la dérivée de $\frac{u}{v}$ en remplaçant u par ... et v par ...

Méthode 2 : on utilise la formule de la dérivée de x^n en remplaçant n par ... (car $\frac{1}{x} = x^{\cdots}$)

Exercice 2 : Calculer la dérivée de $f(x) = (x + 1)(2x - 3)$

Méthode 1 : on développe d'abord $f(x)$, puis on calcule sa dérivée

Méthode 2 : on utilise la formule de la dérivée de u v en remplaçant u par .... et v par ....

Exercice 3 : Calculer la dérivée de $g(t) = 3\sin(0{,}5t - \frac{\pi}{3})$ et de la dérivée de $h(t) = 2\cos(3t + \frac{\pi}{4})$

Exercice 4 : Calculer la dérivée de $r(x) = \frac{x-1}{2x+1}$